

תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",
המסלול "מתיוון לטכניון" - בחינת קבלה
יום א', ה' בשבט תשע"ה / 25 ינואר 2015, 18:00-19:30

1. מצאו את המקומות הגיאומטריים במישור הקואורדינטות של קבוצות הנקודות (x, y) המקיימות את התנאים הבאים:

א. (9 נקודות) המרחק מ- (x, y) לנקודה $(0, 1)$ יותר קטן מהמרחק בין (x, y) לציר x .

ב. (8 נקודות) המרחק מ- (x, y) לקו $x = y$ קטן או שווה ל-7.

ג. (8 נקודות) המרחק מ- (x, y) לפחות לאחת מהנקודות $(0, 1)$, $(1, 0)$ הוא קטן מ-7.

תארו את קבוצות על ידי משוואות או אי-שוויונות על x, y וציירו כל קבוצה במישור הקואורדינטות בציור נפרד. אם הקבוצה היא תחום עם גבול נא הדגישו איזה חלק של הגבול נכלל בקבוצה ואיזה לא. **נמקו את תשובתכם בפירוט!**

2. מצאו את כל הפתרונות $x \in \mathbb{R}$ של המשוואה והאי-שוויון הבאים:

א. (10 נקודות) $\cos^2(3x) = 1/2$.

ב. (10 נקודות) $\cos^2(3x) \geq 1/2$.

נמקו את תשובתכם בפירוט!

3. (15 נקודות) נניח מספר טבעי n מוצג כמכפלה של גורמים ראשוניים: $n = p_1^{k_1} \cdot \dots \cdot p_m^{k_m}$, כאשר p_1, \dots, p_m מספרים ראשוניים שונים ו- $m, k_1, \dots, k_m \in \mathbb{N}$. כמה מחלקים טבעיים יש ל- n (כולל 1 ו- n)? (מחלק טבעי של n זה מספר טבעי ש- n מתחלק בו ללא שארית). **נמקו את תשובתכם בפירוט!**

4. (15 נקודות) נתבונן במישור הקואורדינטות. יהי O מקור הקואורדינטות ויהיו A, B נקודות במישור. נניח הוקטורים $\vec{OA} + \vec{OB}$ ו- $\vec{OA} - \vec{OB}$ ניצבים (כלומר, הזווית ביניהם היא $\pi/2$). הוכיחו ש- $|OA| = |OB|$.

5. פתרו את הסעיפים הבאים:

א. (10 נקודות) יהיו m, n מספרים טבעיים. כתוצאה של החילוק של m ב- n עם שארית מתקבלת מנה, המסומנת על ידי k , ושארית, המסומנת על ידי r . מהי הנוסחה המקשרת בין m, n, k, r ? אם $n = 17$, מהם הערכים האפשריים עבור r ? **נמקו את תשובתכם בפירוט!**

ב. (15 נקודות) יהיו $P(x)$ ו- $Q(x)$ פולינומים עם מקדמים ממשיים, כאשר לפחות אחד מהמקדמים של $Q(x)$ שונה מ-0. כתוצאה של חילוק הפולינום $P(x)$ בפולינום $Q(x)$ עם שארית ("חילוק ארוך") מתקבלת מנה, המסומנת על ידי $S(x)$, ושארית, המסומנת על ידי $R(x)$. מהי הנוסחה המקשרת בין הפולינומים $P(x), Q(x), S(x), R(x)$? מהם הערכים האפשריים עבור המעלות של $S(x)$ ושל $R(x)$ אם המעלה של $P(x)$ היא 21 והמעלה של $Q(x)$ היא 37? ואם המעלה של $P(x)$ היא 37 והמעלה של $Q(x)$ היא 21? **נמקו את תשובתכם בפירוט!**

בהצלחה!