

תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",
המסלול "מתיוון לטכניון" - בחינת קבלה
יום ד', כ"ה באלול תשע"ה / 9 ספטמבר 2015, 17:00-18:30

1. (20 נקודות) הוכיחו שעבור כל מספר טבעי n

$$2^n > n.$$

2. מצאו את המקומות הגיאומטריים במישור הקואורדינטות של קבוצות הנקודות (x, y) המקיימות את התנאים הבאים:

א. (5 נקודות) $1 \leq x^2 + y^2 \leq 3$

ב. (5 נקודות) $x^2 - y^2 > 0$

ג. (5 נקודות) $|y - x| < 1$

ד. (5 נקודות) $|x| + |y| \leq 2$

ציירו כל קבוצה במישור הקואורדינטות בציור נפרד. אם הקבוצה היא תחום עם גבול נא תארו את כל חלק של הגבול באמצעות משוואה והדגישו איזה חלק של הגבול נכלל בקבוצה ואיזה לא. **נמקו את תשובותכם בפירוט!**

3. (20 נקודות) בתחרות שחמט השתתפו n שחקנים. במהלך התחרות כל אחד מהשחקנים שיחק עם כל שחקן אחר בדיוק k פעמים. מצאו את מספר המשחקים בתחרות. **נמקו בפירוט את כל שלבי הפתרון!**

4. פתרו את הסעיפים הבאים:

א. (2 נקודות) יהי m מספר שלם ו- n מספר טבעי. כתוצאה של החילוק של m ב- n עם שארית מתקבלת מנה, המסומנת על ידי k , ושארית, המסומנת על ידי r . מהי הנוסחה המקשרת בין m, n, k, r ?

ב. (18 נקודות) יהיו a, b מספרים שלמים. הוכיחו ש- $a^2 + b^2$ מתחלק ב-4 אם ורק אם a ו- b זוגיים.

5. (20 נקודות) תהי $ABCD$ מקבילית במישור הקואורדינטות ויהי S השטח שלה. נניח שהקואורדינטות של הוקטור \vec{AB} הן (a, b) והקואורדינטות של הוקטור \vec{AD} הן (c, d) :

$$\vec{AB} = (a, b), \vec{AD} = (c, d).$$

הוכיחו ש- $S = |ad - bc|$.

(רמז: בטאו את שטח המקבילית באמצעות האורכים של הצלעות AB ו- AD והזווית $\angle BAD$ ביניהן והשתמשו במכפלה פנימית).

בהצלחה!