

תחרות גרוסמן תשע"ו - תשובות ורמזים

שאלון לתלמידי חט"ב - תשובות ורמזים

1. 140° .

2. "אחד".

3. נעביר דרך כל זוג מתוך 1000 הנקודות הניתנות קו ישר. יש רק מספר סופי של ישרים כאלה. נבחר קו ישר l שאינו מקביל לאף אחד מהישרים הנ"ל ונעביר דרך כל אחת מ-1000 הנקודות קו ישר המקביל ל- l . נקבל 1000 קווים מקבילים **שונים** (הוכיחו!). בתור הישר המבוקש אפשר לקחת ישר שמקביל ל- l (הסבירו איך למצא אותו!).

4. נניח בשלילה שיש קו ישר שעובר דרך כל 5 הצלעות של מחומש לא קמור במישור בלי לעבור דרך אף אחד מהקודקודים. הקו הזה מחלק את המישור לשני חצי-מישורים. כל קודקוד של המחומש נמצא באחד מחצי-המישורים ואם שני קודקודים מחוברים על ידי צלע של מחומש הם חייבים להיות בחצי-מישורים שונים. מכאן תגיעו לסתירה.

5. חלקו את הריבוע ל-9 חלקים 1×1 והסבירו למה בני תמיד יכול לבחור אחד מהריבועים הללו.

6. אם A ו- B שני עיגולים שונים מרדיוס 1 והמרכז של A נמצא בתוך B אז המרכז של B נמצא בתוך A (הוכיחו!). במקרה כזה נגיד שהעיגולים A ו- B "חברים". בנוסף לכך מרכז של עיגול תמיד נמצא בתוך העיגול עצמו. זה אומר שאם מרכז של עיגול מסוים A נמצא בתוך מספר זוגי של עיגולים אזי הוא נמצא בתוך מספר אי-זוגי של עיגולים השונים מ- A , כלומר A "חבר" עם מספר אי-זוגי של עיגולים אחרים. אם מספר העיגולים n אי-זוגי אז לא ייתכן לכל אחד מ- n העיגולים יש מספר אי-זוגי של "חברים" כי...