

**תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",**  
**המסלול "מתיכון לטכניון" - בחינת קבלה**  
**יום א', י"א בתמוז תשע"ב / 1 יולי 2012, 10:30-12:00**

---

1. (25 נקודות) יהי  $n$  מספר טבעי. הוכיחו לפי אינדוקציה ש-

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

2. (25 נקודות) במדינת בורלנדיה מספרי הרישוי של רכבים מורכבים מאותיות אנגליות קטנות וספרות (מ-0 עד 9). לפי חוק המדינה, מספר רכב חייב להכיל בדיוק 6 סימבולים, מתוכם בדיוק 2 אותיות שונות ובדיוק 4 ספרות שונות לפי סדר כלשהו - למשל,  $g78d54, 8a7b60$ , וכו'.

כמה יש מספרי רכב שונים מהסוג הזה? (באלף-בית האנגלי יש 26 אותיות).

3. נתבונן במישור הקואורדינטות ונסמן את הראשית שלו על ידי  $O$ . יהיו  $A = (x, y), B = (u, v)$  נקודות במישור.

א. (5 נקודות) הגדירו את הסכום של הוקטורים  $\vec{OA}$  ו- $\vec{OB}$  באמצעות כלל המקבילית.

ב. (5 נקודות) כתבו את הנוסחה המבטאת את הקואורדינטות של  $\vec{OA} + \vec{OB}$  באמצעות הקואורדינטות של  $\vec{OA}$  ו- $\vec{OB}$ .

ג. (15 נקודות) תנו הוכחה גיאומטרית של הנוסחה שכתבתם בסעיף הקודם במקרה ש- $A, B$  הן נקודות שונות עם קואורדינטות חיוביות.

4. יהיו  $\alpha, \beta$  מספרים ממשיים.

א. (5 נקודות) כתבו את הנוסחה המבטאת את  $\cos(\alpha + \beta)$  באמצעות  $\cos \alpha, \sin \alpha, \cos \beta, \sin \beta$ .

ב. (20 נקודות) תנו הוכחה גיאומטרית של הנוסחה שכתבתם בסעיף הקודם במקרה ש- $0 < \alpha, \beta, \alpha + \beta < \pi/2$ .

**בהצלחה!**