

תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",
המסלול "מתכונן לטכניון" - בחינת קבלה
מוצאי יום א', כ"ג בשבט תשע"ג / 3 פברואר 2013, 18:30-20:00

1. פתרו את הסעיפים הבאים:

א. (15 נקודות) יהיו x ו- y שני מספרים טבעיים ונניח ש- $x - y > 1$. הוכיחו כי במקרה זה המספר $x^2 - y^2$ אינו ראשוני.

ב. (20 נקודות) האם אפשר למצוא שני מספרים ממשיים חיוביים a, b כך שמצד אחד $|a - b| \leq 1/10$ ומצד שני $|\sqrt{a} - \sqrt{b}| > 1/2$? הביאו דוגמא ספציפית של מספרים כאלה או הוכיחו שהם אינם קיימים. (רמז: הפתרונות של שני הסעיפים קשורים לאותו עקרון).

2. (15 נקודות) מצאו את כל הפתרונות של המשוואה

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

נמקו בפירוט את הפתרון.

3. פתרו את הסעיפים הבאים:

א. (20 נקודות) הוכיחו ששלושת התיכונים של משולש ABC במישור נפגשים בנקודה אחת D המחלקת כל אחד מהם ביחס 2 : 1. (רמז: אפשר לפתור את הבעיה ע"י שימוש במשולשים דומים).

ב. (15 נקודות) תהי O נקודה נוספת במישור. בטאו את הוקטור \vec{OD} באמצעות הוקטורים $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$. (כאן A, B, C, D הן הנקודות מהסעיף א'). נמקו בפירוט את הפתרון.

4. (15 נקודות) בליגת כדורגל יש N קבוצות. במהלך העונה כל קבוצה משחקת מול כל קבוצה אחרת בדיוק פעם אחת. כמה משחקים יתקיימו בליגה במהלך העונה?

בהצלחה!