

תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",
המסלול "מתכונן לטכניון" - בחינת קבלה
מוצאי יום א', א' בתמוז תשע"ד / 29 יוני 2014, 18:00-19:30

1. (20 נקודות) בצוות יש n עובדים. הצוות צריך לעשות שלושה פרויקטים: פרויקט אחד בירושלים, פרויקט אחד בתל-אביב ופרויקט אחד בחיפה. לפרויקט בירושלים דרושים m_1 עובדים, לפרויקט בתל-אביב m_2 עובדים ולפרויקט בחיפה m_3 עובדים, כאשר

$$m_1 + m_2 + m_3 = n.$$

כמה אפשרויות יש למנהל הצוות לחלק את אנשי הצוות בין שלושת הפרויקטים? (כל איש צוות עוסק רק בפרויקט אחד). **נמקו את תשובתכם בפירוט!**

2. (20 נקודות) יהיו $O = (0, 0)$, $A = (1, 1)$, $B = (-1, 1)$, $C = (0, 1)$ נקודות במישור הקואורדינטות. מצאו את המקום הגיאומטרי של נקודות X במישור המקיימות את התנאים הבאים:

$$\begin{cases} (\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OA}) \leq -1 \\ (\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OB}) \leq 1 \\ (\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OC}) \geq -2 \end{cases}$$

כאן (\cdot, \cdot) מסמן את המכפלה הסקלרית של וקטורים במישור. הגדירו את קבוצת הנקודות X באמצעות תנאים מפורשים על הקואורדינטות של X וציירו את הקבוצה במישור. **נמקו את תשובתכם בפירוט!**

3. (20 נקודות) יהי ABC משולש ישר זווית, $\angle ABC = \pi/2$. תהי D נקודה בקטע AB השונה מ- A . נתבונן במעגל עם הקוטר AD . תהי E נקודת חיתוך של המעגל עם הקטע AC השונה מ- A . הוכיחו ש- $|AC||AE| = |AB||AD|$.

4. (20 נקודות) יהיו l, m, n מספרים טבעיים. הוכיחו ש- l ו- m יש אותן שאריות החלוקה ב- n אם ורק אם המספר השלם $l - m$ מתחלק ב- n .

5. (20 נקודות) הוכיחו ש-

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200} < 1.$$

בהצלחה!