

## תחרות גרוסמן: רמזים לפתרון

1. ראשית, ניתן להניח ש  $P$  הוא משולש (למעשה משולש שמכיל את  $O$  בשילוש כלשהו). שנית, יש להוכיח טענה עבור משולש.
2. א. רק עבור  $n$  אי זוגי. מרכז המסה של הכדורים נשאר במקום במשך התהליך. אם  $n$  זוגי אז מרכז המסה הוא מספר לא שלם. אם  $n$  אי זוגי אז ניתן לקרב כדורים מהקצוות לכיוון המרכז.  
ב. רק אם  $n \not\equiv 2 \pmod{4}$  אפשר. כדי לפסול ערכים שהם שתיים מודולו ארבע יש להשתמש בעובדה שסכום המיקומים מודולו שתיים נשמר בתהליך.
4. יש להשתמש בנוסחה לפתרון משוואה ריבועית, בתכונות חלוקה של ובסדר על המספרים השלמים.
6. א. ניתן לוודא שב  $i$  הצעדים הראשונים הנורות  $1, 2, \dots, i$  תהיינה דלוקות.  
ב. האבחנה היא שאם סדרה של צעדים באורך  $t$  מדליקה את כל הנורות אז גם סדרה משלימה באורך  $n + 2015 - t$  מדליקה את כל הנורות.
7. המספר המינימלי הוא 198. כדי להראות שאי אפשר פחות מכך יש להסתכל על ההטלה של הקטעים עם התפוזים מודולו הריבוע  $\{1, 2, \dots, 100\} \times \{1, 2, \dots, 100\}$  במישור.