

תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",
המסלול "מתיכון לטכניון" - בחינת קבלה
יום א', ד' בתמוז תשע"ה / 21 יוני 2015, 17:00-18:30

1. (15 נקודות) הוכיחו שעבור כל $x, y \in \mathbb{R}$

$$|x + y| \leq |x| + |y|.$$

2. (15 נקודות) מצאו את כל הפתרונות $x \in \mathbb{R}$ של האי-שוויון

$$\cos^2 |x| \geq 3/4.$$

נמקו את כל שלבי הפתרון בפירוט!

3. (15 נקודות) נתונים $n \geq 2$ מחומשים במישור, כך שלאף זוג של מחומשים אין קודקוד משותף. נתבונן בקטעים ישרים במישור ששני הקצוות שלהם הם קודקודים של מחומשים שונים (כלומר, נתבונן בקטעים ישרים המחברים בין קודקודים של מחומשים שונים). כמה קטעים כאלה יש במישור? (רמז: אם אתם מתקשים למצא תשובה עבור n כללי תנסו למצא אותה קודם עבור $n = 2, 3$ ואז תנסו להבין את החוקיות).

נמקו את כל שלבי הפתרון בפירוט!

4. פתרו את הסעיפים הבאים:

א. (20 נקודות) הוכיחו ששלושת התיכונים של משולש ABC במישור נפגשים בנקודה אחת D המחלקת כל אחד מהם ביחס 2 : 1. (רמז: אפשר לפתור את הבעיה ע"י שימוש במשולשים דומים).

ב. (15 נקודות) נניח שהקואורדינטות של הוקטור \vec{AB} הן (b_1, b_2) והקואורדינטות של הוקטור \vec{AC} הן (c_1, c_2) . מצאו את הקואורדינטות של הוקטור \vec{BD} .
נמקו את כל שלבי הפתרון בפירוט! מותר להשתמש בסעיף א' אפילו אם לא הוכחתם אותו.

5. פתרו את הסעיפים הבאים:

א. (2 נקודות) יהי m מספר שלם. כתוצאה של החילוק של m ב-3 עם שארית מתקבלת מנה, המסומנת על ידי k , ושארית, המסומנת על ידי r . מהי הנוסחה המקשרת בין m, k, r ?

ב. (18 נקודות) יהיו m, n מספרים שלמים. הוכיחו שאם $m^2 + n^2$ מתחלק ב-3 אזי m ו- n מתחלקים ב-3.

בהצלחה!