תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",
המסלול "מתיכון לטכניון" ־ בחינת קבלה
יום ב', ט' באלול תשע"ו / 12 ספטמבר 2016, 16:30-18:00

---

1. (10 **נקודות**) הוכיחו שעבור כל $x, y \in \mathbb{R}$

$$|xy| = |x||y|.$$

2. (15 **נקודות**) הוכיחו שעבור כל $n \in \mathbb{N}$

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2.$$

3. (15 **נקודות**) נתונים משולשים ΔABC ו־ΔDEF במישור כך ש־

$$|AB|/|DE| = |BC|/|EF| = |AC|/|DF| = 8.$$

(כאן $|AB|$ מסמן את אורך הצלע AB וכו').
מצאו את המספר $S_{\Delta ABC}/S_{\Delta DEF}$, כאשר $S_{\Delta ABC}$ ו־$S_{\Delta DEF}$ הם השטחים של המשולשים ΔABC ו־ΔDEF.
הוכיחו את תשובתכם בפירוט! אם ברצונכם להשתמש בנוסחה המבטאת שטח משולש באמצעות ארכי שלושת צלעותיו עליכם להוכיח אותה.

4. (20 **נקודות**) נתון $n \in \mathbb{N}$. כמה מספרים שונים, בני $3n$ ספרות, אפשר לכתוב באמצעות n ספרות 1, n ספרות 2 ו־n ספרות 3? **הוכיחו את תשובתכם בפירוט!**

5. (20 **נקודות**) מצאו את כל הפתרונות הממשיים x של האי־שיוויון

$$\cos x \cos 2x < 1.$$

נמקו בפירוט את כל שלבי הפתרון!

6. יהיו $O = (0,0)$, $A = (1,3)$, $B = (2,1)$ נקודות במישור הקואורדינטות. עבור כל אחד משני התנאים הבאים מצאו את המקום הגיאומטרי של קבוצת הנקודות $X = (x,y)$ במישור המקיימות את התנאי:

א. (7 **נקודות**) ניתן להציג את $\overrightarrow{OX}$ כ־$\overrightarrow{OX} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB}$ עבור איזשהם a, b, $-1 \le a, b \le 0$.

ב. (7 **נקודות**) ניתן להציג את $\overrightarrow{OX}$ כ־$\overrightarrow{OX} = a\overrightarrow{OA} + (1-a)\overrightarrow{OB}$ עבור איזשהו a, $0 \le a \le 1$.

ג. (6 **נקודות**) $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OA}) < (\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OB})$. כאן $(\ , \ )$ מסמן מכפלה סקלרית (=פנימית) של וקטורים.

<u>ציירו כל קבוצה במישור הקואורדינטות בציור נפרד. אם הקבוצה היא תחום עם גבול נא תארו את כל חלק של הגבול באמצעות משוואה והדגישו איזה חלק של הגבול נכלל בקבוצה ואיזה לא.</u>
נמקו את תשובותכם בפירוט!

בהצלחה!