תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",
המסלול "מתיכון לטכניון" - בחינת קבלה
יום א', י"ט באלול תשע"ז / 10 ספטמבר 2017, 16:30-18:00

---

1. (20 **נקודות)** פונקציה $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ מוגדרת על ידי $f(x)=|x+1|+|x-1|+|x-2|$. מצאו את קבוצת המספרים בהם f מקבלת את הערך המינימלי שלה. **הוכיחו את תשובתכם בפירוט!**

2. (20 **נקודות)** נתון משולש ΔABC במישור. נניח D היא נקודה על הצלע AB ו־E היא נקודה על הצלע AC כך ש־ $DE \parallel BC$. הוכיחו שארבעת הנקודות הבאות נמצאות על אותו קו ישר:

א. הנקודה A,
ב. נקודת האמצע של הקטע DE,
ג. נקודת המפגש של הקטעים DC ו־BE,
ד. נקודת האמצע של הקטע BC.

3. פתרו את הסעיפים הבאים.

א. (2 **נקודות)** תנו הגדרה גיאומטרית של $\sin x, \cos x$ עבור זווית **כלשהי** $x\in\mathbb{R}$. וודאו שההגדרה שלכם מתיחסת באופן מפורט גם למקרה ש־x לא נמצא בין 0 ל־$\pi/2$. **(רמז:** מעגל היחידה**)**.

ב. (2 **נקודות)** כתבו את הנוסחאות המבטאות את $\sin(x-y)$, $\cos(x-y)$ באמצעות $\sin x$, $\cos x$, $\sin y$, $\cos y$.

ג. (16 **נקודות)** תנו הוכחה גיאומטרית של הנוסחאות שכתבתם בסעיף ב' במקרה $0<x<\pi/2$, $y=\pi/2$ (כלומר, של הנוסחאות המבטאות את $\cos(x-\pi/2)$, $\sin(x-\pi/2)$ באמצעות $\sin x$, $\cos x$, $\sin\pi/2$, $\cos\pi/2$).

4. יהיו $P(x)$ ו־$Q(x)$ פולינומים עם מקדמים ממשיים, כאשר לפחות אחד מהמקדמים של $Q(x)$ שונה מ־0. כתוצאה של חילוק הפולינום $P(x)$ בפולינום $Q(x)$ עם שארית ("חילוק ארוך") מתקבלת מנה, המסומנת על ידי $S(x)$, ושארית, המסומנת על ידי $R(x)$.

א. (4 **נקודות)** כתבו את הנוסחה המבטאת את הפולינום $P(x)$ באמצעות הפולינומים $Q(x)$, $S(x)$, $R(x)$.

ב. (4 **נקודות)** מצאו את $S(x)$, $R(x)$ עבור $P(x)=5x^7+2x^3-1$, $Q(x)=x^4$. **הראו את כל שלבי הפתרון!**

ג. (12 **נקודות)** הוכיחו שאם הפולינום $Q(x)$ הוא מהצורה $Q(x)=x-c$ עבור אוזשהו מספר ממשי c אזי שארית החילוק של $P(x)$ ב־$Q(x)$ זה פולינום קבוע השווה למספר $P(c)$ - כלומר, $R(x)=P(c)$.

5. (20 **נקודות)** איזה מספר יותר גדול: 101^{100} או $2\cdot 10^{200}$? **הוכיחו את תשובתכם בפירוט!**

בהצלחה!