

תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",
המסלול "מתיכון לטכניון" - בחינת קבלה
יום א', י"ט שבט תשע"ח / 4 פברואר 2018, 16:30-18:00

1. (20 נקודות) מצאו את כל הפתרונות $x \in \mathbb{R}$ של אי-השוויון

$$-1/2 \leq \sin x \cos x < 1/2$$

נמקו בפירוט את כל שלבי הפתרון! (רמז: $\sin 2x = \dots$).

2. (20 נקודות) בכיתה יש $2n$ תלמידים, בתוכם אבי ובני. המורה רוצה לחלק את הכיתה לשתי קבוצות של n תלמידים כך שאבי ובני יהיו בקבוצות שונות. כמה יש חלוקות אפשריות כאלה? נמקו את תשובתכם בפירוט!

3. (20 נקודות) נתונות שלוש נקודות שונות A, B, C במישור. הוכיחו שיש בדיוק נקודה אחת D במישור (לא בהכרח שונה מ- A, B, C) המקיימת את התנאי $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$. (רמז: להשתמש במערכת צירים במישור).

4. (20 נקודות) נתונות שתי נקודות שונות A, B במישור. מצאו את המקום הגיאומטרי של נקודות C במישור (השונות מ- A ו- B) כך ש- $\angle ACB = 2\pi/3$. הוכיחו את תשובתכם בפירוט! (רמז: זווית היקפית וזווית מרכזית).

5. פתרו את הסעיפים הבאים:

א. (2 נקודות) יהיו m, n מספרים שלמים, $m > 0$. כתוצאה של החלוקה של n ב- m עם שארית מתקבלת מנה, המסומנת על ידי k , ושארית, המסומנת על ידי r . מהי הנוסחה המקשרת בין m, n, k, r ?

ב. (2 נקודות) מצאו את שארית החלוקה של (-20) ב-7.

ג. (16 נקודות) נניח a, b מספרים שלמים. הוכיחו שאם המספר $a^2 + b^2$ מתחלק ב-3 אזי a ו- b מתחלקים ב-3. (רמז: בדקו מהן השאריות האפשריות של ריבוע של מספר שלם בחלוקה ב-3).

בהצלחה!