תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",
המסלול "מתיכון לטכניון" - בחינת קבלה
יום א', י"ג בסיון תשע"ט / 16 יוני 2019, 16:30-18:00

---

1. (20 נקודות) מצאו את כל הפתרונות של מערכת האי־שיוויונות הבאה:

$$\begin{cases} -2x^2+5x+3\geq 0 \\ \log_2|x|\geq -1 \end{cases}$$

נמקו בפירוט את כל שלבי הפתרון!

2. יהיו $O=(0,0)$, $A=(a_1,a_2)$, $B=(b_1,b_2)$ נקודות במישור הקואורדינטות. נניח $a_1,a_2,b_1,b_2>0$ והנקודה B נמצאת מעל הישר OA.

א. (2 נקודות) תנו הגדרה גיאומטרית (לפי "כלל המקבילית") של הסכום $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ של הוקטורים $\overrightarrow{OA}$ ו־$\overrightarrow{OB}$.

ב. (18 נקודות) הסתמכו על ההגדרה של $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ שנתתם בסעיף א' ותנו הוכחה גיאומטרית לכך שהקואורדינטות של הוקטור $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ הן (a_1+b_1,a_2+b_2).

3. (20 נקודות) נניח מספר שלם חיובי n מוצג כמכפלה של גורמים ראשוניים: $n=p_1^{k_1}\cdot\ldots\cdot p_m^{k_m}$, כאשר $p_1,\ldots,p_m$ מספרים ראשוניים שונים ו־$m,k_1,\ldots,k_m$ מספרים שלמים חיוביים. כמה מחלקים שלמים חיוביים יש ל־n (כולל 1 ו־n)? (מחלק של n זה מספר שלם ש־n מתחלק בו ללא שארית). **נמקו את תשובתכם בפירוט!**

4. (20 נקודות) נתון מרובע $ABCD$ במישור, כך שהאלכסונים AC ו־BD של המרובע נפגשים בנקודה O בתוך המרובע. נסמן את השטח של המשולש ΔABO על ידי S_1, של ΔBCO על ידי S_2, של ΔCDO על ידי S_3 ושל ΔDAO על ידי S_4. הוכיחו ש־

$$S_1S_3=S_2S_4.$$

5. (20 נקודות) נתונה סדרת מספרים אינסופית:

$$a_0=1,\ a_1=1/2,\ a_2=1/4,\ldots,a_n=1/2^n,\ldots$$

מצאו מספר שלם חיובי n כך שעבור כל שלם m הגדול מ־n מתקיים

$$a_n+a_{n+1}+\ldots+a_m<1/100.$$

נמקו את תשובתכם בפירוט!

בהצלחה!