

תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",
המסלול "מתיכון לטכניון" - בחינת קבלה
יום א', ח' באלול תשע"ט / 8 ספטמבר 2019, 16:30-18:00

1. (20 נקודות) מצאו את כל הערכים של הפרמטר a שעבורם למערכת המשוואות הבאה יש בדיוק פתרון אחד:

$$\begin{cases} x + y = a \\ xy = 1 \end{cases}$$

נמקו בפירוט את כל שלבי הפתרון!

2. (20 נקודות) יהיו A, B, C נקודות שונות במישור שאינן נמצאות על קו ישר אחד. מצאו את המקום הגיאומטרי של הנקודות X במישור המקיימות את התנאים הבאים:

$$\begin{cases} (\overrightarrow{AX}, \overrightarrow{AB}) < 0 \\ (\overrightarrow{AX}, \overrightarrow{AC}) > 0 \end{cases}$$

כאן (\cdot, \cdot) מסמן מכפלה סקלרית (פנימית) של וקטורים. **ציירו את התשובה ונמקו אותה בפירוט!** אם התשובה היא תחום עם גבול, נא תיארו בפירוט את כל חלקי הגבול והדגישו איזה חלק של הגבול נכלל בתחום ואיזה לא.

3. (20 נקודות) סיסמה לחשבון במחשב מורכבת מתווים. כל תו הוא או אות אנגלית קטנה (a, b, c, \dots) , או אות אנגלית גדולה (A, B, C, \dots) , או ספרה $(0, 1, \dots, 9)$. סיסמה חייבת לכלול n $(n \geq 3)$ תווים, בתוכם לפחות אות אנגלית קטנה אחת, לפחות אות אנגלית גדולה אחת ולפחות ספרה אחת. כמה יש סיסמאות כאלה? **נמקו את תשובתכם בפירוט!** (באלף-בית האנגלי יש 26 אותיות).

4. (20 נקודות) נתון משולש ABC במישור. יהיו D נקודה על הצלע AB ו- E נקודה על הצלע BC כך ש- $DE \parallel AC$. יהיו F נקודת האמצע של DE , G נקודת האמצע של AC , H נקודת המפגש של CD ו- AE . הוכיחו שהנקודות B, F, G, H נמצאות על אותו קו ישר.

5. יהיו $P(x)$ ו- $Q(x)$ פולינומים עם מקדמים ממשיים, כאשר לפחות אחד מהמקדמים של $Q(x)$ שונה מ-0. כתוצאה של חילוק הפולינום $P(x)$ בפולינום $Q(x)$ עם שארית ("חילוק ארוך") מתקבלת מנה, המסומנת על ידי $S(x)$, ושארית, המסומנת על ידי $R(x)$.

א. (3 נקודות) כתבו את הנוסחה המבטאת את הפולינום $P(x)$ באמצעות הפולינומים $Q(x)$, $R(x)$, $S(x)$.

ב. (3 נקודות) מצאו את $R(x)$, $S(x)$ עבור $R(x) = -x^3 + 4x^2 + x + 2$, $P(x) = x + 1$, $Q(x) = x + 1$. **הראו את כל שלבי הפתרון!**

ג. (14 נקודות) מהם הערכים האפשריים עבור המעלות של $S(x)$ ושל $R(x)$ אם המעלה של $P(x)$ היא 5 והמעלה של $Q(x)$ היא 17? ואם המעלה של $P(x)$ היא 17 והמעלה של $Q(x)$ היא 5? **נמקו את תשובתכם בפירוט!**

בהצלחה!