

תחרות גרוסמן
שאלון לתלמידי חט"ב

יום ו', כ"ב באלול תש"פ / 11 ספטמבר 2020, 10:00-13:00

כללי התחרות:

1. בשאלון יש 9 שאלות. יש להגיש תשובות לכל התשובות דרך הטופס המקוון באתר התחרות.
2. אין אפשרות להגיש פתרונות או לשלוח תשובות או פתרונות בדוא"ל.

בהצלחה!

שאלה 1: העמודים בספר ממוספרים $1, 2, 3, 4, \dots$. מספר הספרות המופיעות בכל מספרי העמודים יחד הוא 2973. כמה עמודים יש בספר?

תשובה:

1000 (1)

350 (2)

2020 (3)

2222 (4)

965 (5)

1030 (6)

2000 (7)

2040 (8)

2010 (9)

1020 (10)

שאלה 2:

יוסי קנה דבק סלוטייף שעובי רצועת הדבק שלו הוא 0.1 סנטימטר. רצועת הדבק מגוללת סביב גליל (טבעת) פלסטיק ברדיוס 5 סנטימטר. הסלוטייף המגולל יחד עם טבעת הפלסטיק הם בקירוב בצורת עיגול. מהו המספר הקרוב ביותר לרדיוס העיגול הזה אם ידוע שאורך רצועת הדבק שקנה יוסי הוא 1000 סנטימטרים?

תשובה:

$$5 + \pi \quad (1)$$

$$\frac{100}{\pi} + 5 \quad (2)$$

$$8.2 \quad (3)$$

$$7.8 \quad (4)$$

$$\sqrt{25 + \frac{100}{\pi}} \quad (5)$$

$$\sqrt{100\pi + 25} \quad (6)$$

$$5 + \sqrt{100\pi} \quad (7)$$

$$9.2 \quad (8)$$

$$\frac{1000}{2\pi} \quad (9)$$

$$2\pi + 5 \quad (10)$$

שאלה 3:

כמה מספרים ראשוניים יש שניתן להציג אותם גם כסכום של שני ראשוניים וגם כהפרש של שני ראשוניים? (ראשוני זה מספר שלם גדול מאחד שאין לו מחלקים חיוביים שלמים פרט לאחד ולמספר הזה עצמו).

תשובה:

1 (1

2 (2

3 (3

4 (4

5 (5

6 (6

7 (7

8) אין-סוף

9) לא קיימים ראשוניים כאלה

8 (10

שאלה 4:

אחת הספרות ביצוג העשרוני של מספר שלם מסויים היא 0. כאשר מוציאים את הספרה הזו מקבלים מספר חדש עם ספרה אחת פחות, הקטן בדיוק פי 9 מהמספר המקורי. מהו מיקומה של הסיפרה 0 שהורדנו במספר המקורי?

תשובה:

- (1) סיפרה ראשונה משמאל
- (2) סיפרה שנייה משמאל
- (3) סיפרה שלישית משמאל
- (4) סיפרה רביעית משמאל
- (5) סיפרה ראשונה מימין
- (6) סיפרה שנייה מימין
- (7) סיפרה שלישית מימין
- (8) סיפרה רביעית מימין
- (9) סיפרה אמצעית במספר (שחייב להיות בעל מספר אי-זוגי של ספרות)
- (10) לא קיים מספר כזה

שאלה 5:

בני רוצה לסמן $n \geq 3$ נקודות במישור כך שעבור כל שתי נקודות מסומנות A, B תהיה נקודה מסומנת שלישית C כך ש- $AC = BC$. עבור אילו n בני יכול להצליח במשימתו?

תשובה:

- (1) אך ורק עבור $n = 3$
- (2) אך ורק עבור $n = 5$
- (3) אך ורק עבור $n = 3$ ו- $n = 5$
- (4) אך ורק עבור n שהוא כפולה של 3 ו/או 5
- (5) אך ורק עבור כל n שמתחלק ב-3
- (6) עבור כל n ששארית החילוק שלו ב-6 שווה ל-3
- (7) עבור כל $n \geq 3$
- (8) אפשר למצא n כזה גדול כרצוננו, זוגי או אי-זוגי
- (9) אך ורק עבור כל n אי-זוגי
- (10) יש בדיוק שלושה מספרים n כאלה

שאלה 6:

על לוח משבצות בגודל 8×8 מניחים בחלק מהמשבצות אבן שחורה או לבנה. חייב להתקיים שבכל שורה ועמודה בלוח מספר האבנים הלבנות כפול ממספר האבנים השחורות. מהו המספר המרבי של אבנים שניתן להניח כך על הלוח?

תשובה:

64 (1)

36 (2)

50 (3)

20 (4)

48 (5)

24 (6)

40 (7)

34 (8)

30 (9)

9 (10)

שאלה 7:

דני רוצה לקנות סט משקולות שמקיים את התנאים הבאים:

- בין המשקולות בסט יש 5 משקולות שמשקליהן כולם שונים.
- לכל זוג משקולות בסט יש עוד זוג משקולות אחרות בסט עם אותו המשקל הכולל כמו לזוג הראשון.

(בסט יש מספר סופי של משקולות ויכולות להיות כמה משקולות עם אותו משקל).

מהו המספר הקטן האפשרי של משקולות שיכול להיות בסט כזה?

תשובה:

8 (1)

6 (2)

7 (3)

5 (4)

9 (5)

10 (6)

14 (7)

11 (8)

12 (9)

13 (10)

שאלה 8:

למסיבה באו 100 אורחים. חלק מאורחי המסיבה הם ידידים (אם A ידיד של B אז גם B ידיד של A); יכול להיות שלחלק מהאורחים אין ידידים במסיבה; אורח לא נחשב לידיד של עצמו). בשעה 22:00 כל האורחים שאין להם ידידים במסיבה קמו ועזבו את המסיבה. בשעה 22:01 כל האורחים שעדיין נמצאים במסיבה ויש להם בדיוק ידיד אחד בין האורחים שעדיין נמצאים במסיבה קמו ועזבו את המסיבה. בשעה 22:02 כל האורחים שעדיין נמצאים במסיבה ויש להם בדיוק 2 ידידים בין האורחים שעדיין נמצאים במסיבה קמו ועזבו את המסיבה. כך זה המשיך גם עבור האורחים שיש להם בדיוק $3, 4, \dots, 99$ ידידים הנמצאים במסיבה בזמן עזיבתם. מהו המספר המקסימלי של האורחים שיכולים להישאר במסיבה בסוף התהליך הזה?

תשובה:

- 0 (1)
- 1 (2)
- 2 (3)
- 3 (4)
- 50 (5)
- 51 (6)
- 97 (7)
- 98 (8)
- 99 (9)
- 100 (10)

שאלה 9:

נתון מצולע משוכלל P בעל 100 קודקודים. בהינתן מצולע כלשהו במישור (בעל לפחות 3 קודקודים), נקרא לו "טוב" אם כל אחד מקודקודיו הוא קודקוד של P . (בפרט, P עצמו הוא טוב).

איילה רוצה לצייר קבוצה קטנה ביותר של מצולעים טובים כך שכל קטע בין זוג קודקודים של P (כלומר, אלכסון או צלע של P) יופיע כצלע של לפחות אחד מהמצולעים המצוירים הטובים. נסמן ב- m את המספר הקטן ביותר של מצולעים טובים כאלה שאיילה יכולה לצייר. מי מבין המספרים הבאים הוא הקרוב ביותר ל- m ?

תשובה:

60 (1)

1200 (2)

75 (3)

1500 (4)

45 (5)

1320 (6)

1440 (7)

1380 (8)

1260 (9)

90 (10)