

תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון", המסלול "מתיכון לטכניון"

בחינת קבלה

יום ד', כ' באלול תש"פ / 9 ספטמבר 2020, 16:00-17:30

1. (20 נקודות) פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ מוגדרת על ידי $f(x) = |x| + |x-1| + |x-2|$. מצאו את קבוצת המספרים בהם f מקבלת את הערך המינימלי שלה. הוכיחו את תשובתכם בפירוט!

2. (20 נקודות) יהיו n ו- k ($1 \leq k \leq n$) מספרים שלמים חיוביים. נתבונן במספרים חיוביים שלמים n -ספרתיים שניתן לכתוב אותם באמצעות הספרות 1 ו-2 (למשל, עבור $n=4$ המספרים 1111, 1212, 2122 וכו' הם מספרים כאלה). כמה יש מספרים כאלה שלפחות k הספרות האחרונות שלהם הן 1? נמקו את תשובתכם בפירוט!

3. (20 נקודות) יהיו O, A, B, C נקודות במישור כך ש-

$$\begin{cases} \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0} \\ OA = OB = 1 \\ OA \perp OB \end{cases}$$

מצאו את OC . (כאן $\vec{0}$ הוא וקטור האפס). נמקו את תשובתכם בפירוט!

4. (20 נקודות) נניח ש- $x_1 < x_2 < x_3$ הם מספרים ממשיים. הוכיחו כי יש פולינום יחיד $P(x) = ax^2 + bx + c$ המקיים את התנאים

$$\begin{cases} P(x_1) = P(x_2) = 0 \\ P(x_3) = 1 \end{cases}$$

ובטאו את המקדמים של הפולינום באמצעות x_1, x_2, x_3 . (כאן a, b, c הם מספרים ממשיים).

5. (20 נקודות) השטח של משולש ΔABC שווה ל- $\frac{AB^2 + AC^2}{4}$. מצאו את הזוויות של המשולש. נמקו את תשובתכם בפירוט!
רמז: $(AB - AC)^2 = \dots$

בהצלחה!