

## בחינת קבלה למסלול "מתיכון לטכניון"

יום ג', כ"ח בסיון תשפ"א / 8 ביוני 2021, 17:30 – 16:00

### שאלה 1 (20 נקודות)

כמה פתרונות יש למשוואה הבאה?

$$x^{2\log_{10}(x)} - 4x^{\log_{10}(x)} = 0$$

### שאלה 2 (20 נקודות)

הוכיחו שעבור כל מספר שלם  $n$ , המספר  $n(n+2)(n+4)$  מתחלק ב-3.

### שאלה 3 (20 נקודות)

במישור נתונות 5 נקודות,  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ , כך שאף שלוש נקודות אינן על קו ישר אחד. כל שתי נקודות מחוברות על-ידי קטע ישר.

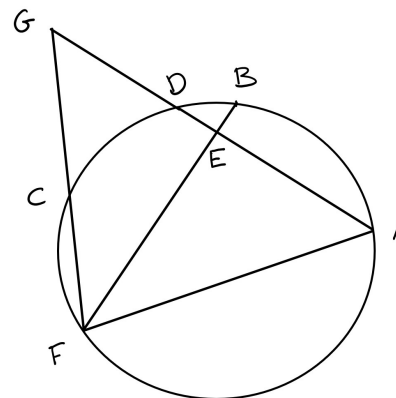
א. (10 נקודות) כמה משולשים נוצרים בדרך זו? (הכוונה היא לספור רק משולשים שכל קודקודיהם מתוך הנקודות  $(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5)$ ).

ב. (10 נקודות) צובעים כל קטע בצבע אדום או כחול, כך שארבעה קטעים כלשהם צבועים באדום וכל יתר הקטעים צבועים בכחול. כמה צביעות מסוג זה קיימות שבהן יש בדיוק משולש אחד שכל צלעותיו אדומות?

### שאלה 4 (20 נקודות)

על מעגל מסומנות הנקודות  $A, B, D, C, F$ . ממשיכים את הקטעים  $AD$  ו- $CF$  לישרים ומסמנים ב- $G$  את נקודת החיתוך.

נתון שהקטעים  $AG$  ו- $BF$  מאונכים. כמו-כן, נתון שהקשת  $AB$  שווה באורכה לקשת  $BC$ . הוכיחו שהקטעים  $AF$  ו- $FG$  שווים באורכם.



### שאלה 5 (20 נקודות)

יהיו  $a_1, a_2, \dots, a_n$  מספרים ממשיים חיוביים, כך שיש לפחות שניים שונים זה מזה. הוכיחו כי

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1} > n$$

רמז: תוכלו לנסות להעזר באינדוקציה.

בהצלחה!