

## בחינת קבלה למסלול "מתיכון לטכניון"

יום ב', כ"ט בשבט תשפ"ב / 31 בינואר 2022, 17:30 – 16:00

### שאלה 1 (25 נקודות)

נתונה סדרה ששני האברים הראשונים בה הם מספרים ממשיים כלשהם שנסמנם ב  $a_1$  ו  $a_2$ . יתר אברי הסדרה נקבעים על-פי הכלל הבא (לכל  $n$  טבעי גדול מ 2)

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

האם קיימת סדרה כזו שהיא גם סדרה הנדסית (גיאומטרית)?  
אם כן, מהו התנאי שצריכים לקיים שני האברים הראשונים,  $a_1$  ו  $a_2$  של סדרה כזו?

### שאלה 2 (25 נקודות)

נניח שבישראל יחליטו ליצר מטבעות משני סוגים בלבד: מטבע בשווי 3 אגורות ומטבע בשווי 5 אגורות. נניח גם שיבוטלו כל יתר המטבעות והשטרות ושיאסר התשלום בכרטיסי אשראי (כמו גם באפליקציות תשלום ובהעברות בנקאיות).

הוכיחו שבשיטה החדשה ניתן יהיה לשלם עבור כל מוצר שמחירו 8 אגורות לפחות. תוכלו להניח שברשות המשלם יש מספר בלתי מוגבל של מטבעות משני הסוגים המפורטים מעלה.

### שאלה 3 (25 נקודות)

נתונה המשוואה הבאה:

$$(\sin \alpha)^x + (\cos \alpha)^x = 1$$

מצאו את כל הערכים  $x$  ו  $0 < \alpha < \pi/2$  ממשי הפותרים את המשוואה. הוכיחו שמצאתם את כל הפתרונות.

### שאלה 4 (25 נקודות)

נתון מרובע  $ABCD$  שידוע שניתן לחסום בו מעגל. מעבירים את האלכסון  $AC$ , כך שמתקבלים שני המשולשים  $ABC$  ו  $CDA$ . משרטטים את המעגל החסום במשולש  $ABC$  ואת המעגל החסום במשולש  $CDA$ . הוכיחו ששני מעגלים אלה משיקים.

בהצלחה!