

תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",
המסלול "מתיכון לטכניון" - בחינת קבלה
יום ב', 12 בספטמבר 2022, 16:00-17:30

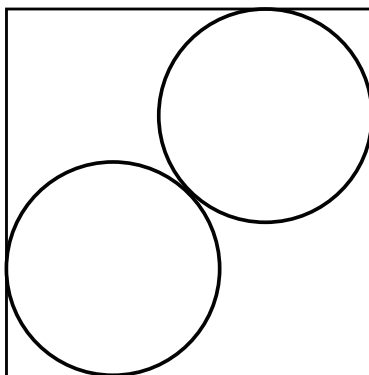
שאלה 1 (25 נקודות)

א. תנו הגדרה גיאומטרית של $\cos(x)$ ו- $\sin(x)$ עבור זווית כלשהי x . נדגיש ש- x לא חייבת להיות בין 0 ל- 2π . (רמז: מעגל היחידה).

ב. נתון כי $\sin(x) + \cos(x) = \frac{5}{4}$. מצאו את כל הפתרונות האפשריים ל- $\cos(2x)$. יש לנמק את התשובה. שימו לב: אין צורך לכתוב פתרונות כשבר עשרוני. ניתן להציג אותם באמצעות שורשים.

שאלה 2 (25 נקודות) בציור מופיעים שני מעגלים שווים אשר משיקים זה לזה. בנוסף המעגלים משיקים לארבע הצלעות של ריבוע, כאשר כל מעגל משיק לשתי צלעות בדיוק. נתון כי אורך צלע הריבוע שווה 1. מצאו את אורך הרדיוס של המעגלים. נמקו את תשובתכם.

שימו לב: אין צורך לכתוב פתרון כשבר עשרוני. ניתן להציג את הפתרון באמצעות שורשים.



שאלה 3 (25 נקודות) מתוך n חברות דירקטריון יש לבחור יושבת ראש ו- k סגניות. כמה דרכי בחירה שונות קיימות בהנחה ש- $k \leq n - 1$? נמקו את תשובתכם.

שאלה 4 (25 נקודות) נתונה סדרה של מספרים $a_1 = 0, a_2 = 1$ ולכל $n \geq 1$ מתקיים $a_{n+2} = 6a_{n+1} + a_n$. הוכיחו כי לכל $n \geq 2$ מתקיימת הזהות

$$a_{n+1} = \frac{6}{a_n}(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)$$