

תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",  
המסלול "מתיכון לטכניון" - בחינת קבלה  
יום ב', 10 ביולי 2023, 16:00-17:30

---

**שאלה 1 (25 נקודות)** נתונה סדרה  $(a_n)_{n=0}^{\infty}$  אשר שני האיברים הראשונים שלה מקיימים

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \quad n \geq 2, \quad a_1 = 1, \quad a_0 = 0$$

1. מצאו את  $a_2, a_3, a_4, a_5$  וכתבו אותם.

2. הראו כי לכל  $n \geq 0$  מתקיים כי

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right).$$

3. הראו כי לכל  $n \geq 1$  מתקיים כי  $a_n$  מחלק את  $a_{2n}$  ללא שארית.

נמקו היטב את תשובתכם.

**שאלה 2 (25 נקודות)** במועצת התלמידים ישנם 8 בנים ו-7 בנות. המועצה החליטה להקים ועדה

בת 8 אנשים אשר תארגן את מסיבת הסיום.

1. כמה ועדות שונות ניתן להקים?

2. כמה ועדות שונות ניתן להקים בהן מספר הבנות גדול ממספר הבנים?

נמקו היטב את תשובתכם.

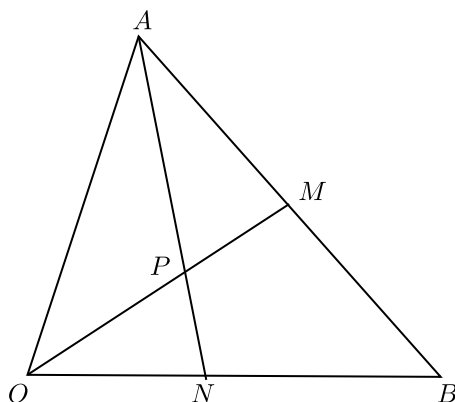
**שאלה 3 (25 נקודות)** במשולש  $OAB$  מצירים את הקווים  $AN$  ו- $OM$ , כאשר  $N$  היא נקודה על הישר  $OB$  ו- $M$  היא נקודה על הישר  $AB$ . מסמנים ב- $P$  את נקודת החיתוך של הישרים  $AN$  ו- $OM$ . נתון

1.  $M$  היא אמצע הקטע  $AB$ .

2.  $OP : PM = 3 : 2$ , כלומר היחס בין אורכי הקטעים מקיים  $\frac{|OP|}{|PM|} = \frac{3}{2}$ .

חשבו את  $ON : NB$ .

נמקו היטב את תשובתכם.



**שאלה 4 (25 נקודות)** מצאו ושרטטו את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות  $(x, y)$  במישור

המקיימות

$$\min\{x + y, x^2 - y\} = 1.$$

נמקו היטב את תשובתכם.