

תכנית "שילוב תלמידי תיכון בלימודים בטכניון",

המסלול "מתיכון לטכניון" - בחינת קבלה

יום ג', 2 ביולי 2024, 16:00-17:30

---

שאלה 1 (25 נקודות)

הוכיחו כי הטענות הבאות נכונות לכל  $n$  טבעי

א.

$$\frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{n^3} \leq 2 - \frac{1}{n^2}.$$

ב.

$$3^{3n-2} + 2^{3n+1}$$

מתחלק ב-19.

שאלה 2 (25 נקודות)

בכיתה 30 סטודנטים. לכל אחד מהסטודנטים יש יום הולדת באחד מ-365 הימים בשנה.

1. מהו מספר הסידורים האפשריים של ימי ההולדת שלהם במהלך השנה?

2. מהו מספר הסידורים האפשריים של ימי ההולדת שלהם, אם ידוע שכל אחד נולד בתאריך שונה?

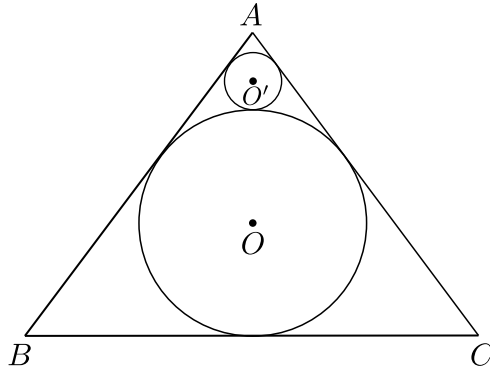
3. מהו מספר הסידורים האפשריים של ימי ההולדת שלהם, אם ידוע שלפחות שניים נולדו באותו תאריך?

שאלה 3 (25 נקודות)

במשולש  $ABC$ , אשר אורך צלעותיו הן  $AB = AC = 10$  ו-  $BC = 12$ , משרטטים מעגל שמרכזו  $O$  כך שכל אחת מצלעות המשולש משיקה למעגל. לאחר מכן, משרטטים מעגל נוסף, שמרכזו  $O'$ , אשר משיק לצלעות  $AB, AC$  ולמעגל שמרכזו  $O$  (ראו שרטוט).

1. חשבו את רדיוס המעגל שמרכזו  $O$ . נמקו היטב את תשובותכם.

2. חשבו את רדיוס המעגל שמרכזו  $O'$ . נמקו היטב את תשובותכם.



שאלה 4 (25 נקודות)

יהיו  $A, B$  ו-  $C$  שלוש נקודות שונות במישור אשר אינן נמצאות על קו ישר אחד. מצאו את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות  $X$  במישור, אשר מקיימות:

$$\begin{cases} (\vec{AX}, \vec{AB}) > 0 \\ (\vec{AX}, \vec{AC}) < 0 \end{cases} .$$

כאן  $(, )$  מסמן מכפלה סקלרית (פנימית) של וקטורים. ציירו את התשובה ונמקו אותה בפירוט. אם התשובה היא תחום עם גבול, תארו את כל חלקי הגבול והדגישו אילו מהם שייכים לתחום ואילו אינם חלק מהתחום.